

**Факультет компьютерных наук
Кафедра кибернетики**

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЕ

1. Выяснить, образуют ли группу каждое из следующих множеств:

- а) целые неотрицательные числа относительно сложения;
- б) целые числа относительно вычитания;
- в) целые числа, кратные некоторому целому k , относительно сложения;
- г) множества вида $a + v\sqrt{5}$, где a, v — произвольные рациональные числа относительно:
 - 1) арифметического сложения;
 - 2) арифметического умножения;
- д) множество положительных действительных чисел относительно умножения;
- е) множества всех квадратных матриц 2-го порядка относительно умножения матриц;
- ж) множества всех квадратных невырожденных матриц 2-го порядка относительно умножения матриц;
- з) множество всех корней n -ой степени из единицы относительно умножения;
- и) множество всех подстановок n -ой степени относительно умножения;
- к) множество всех чётных подстановок n -ой степени относительно умножения;
- к) множество всех нечётных подстановок n -ой степени относительно умножения.

2. Выяснить, являются ли кольцами и полями следующие множества:

- а) целые положительные числа;
- б) целые числа;
- в) множество нечётных чисел;
- г) множество чётных чисел;
- д) целые числа, кратные некоторому целому k ;
- е) множества вида $a + v\sqrt{5}$, где a, v — произвольные рациональные числа;
- е) множества вида $a + v\sqrt{5}$, где a, v — произвольные целые числа;
- ж) действительные числа;
- з) комплексные числа;
- и) множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & v \end{pmatrix}$, где a, v — произвольные рациональные числа;
- к) множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & 5v \\ v & a \end{pmatrix}$, где a, v — произвольные рациональные числа;
- к) множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & 5v \\ v & a \end{pmatrix}$, где a, v — произвольные целые числа.

3. Найти собственные векторы линейного преобразования $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Привести к каноническому виду квадратичную форму:

- а) $f(x, y) = 5x^2 + 24xy - 5y^2$
- б) $f(x, y) = 6x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$

5. Проверить, является ли положительно определённой квадратичная форма:

$$f(x, y) = 6x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$$

Вопросы к экзамену по высшей алгебре.

1. Алгебраические структуры.
2. Изоморфизмы и гомоморфизмы
3. Группы.
4. Мультипликативная группа корней из единицы.
5. Кольца.
6. Кольцо вычетов и обратимость его элементов.
7. Решение сравнений первой степени с одним неизвестным.
8. Поля.
9. Неприводимые многочлены над полем и их свойства.
10. Конечные поля
11. Линейные векторные пространства. Базис и размерность
12. Подпространства, размерность и базис подпространства конечномерного пространства.
13. Линейные преобразования векторных пространств:
 - a. Линейные преобразования конечномерных пространств, матрица линейного преобразования;
 - b. Обратимые преобразования, число обратимых преобразований конечномерного пространства;
 - c. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования;
 - d. Характеристическая матрица и характеристический многочлен матрицы преобразования.
14. Векторные пространства со скалярным произведением.
15. Квадратичные формы:
 - a. Определение и матричная запись;
 - b. Преобразование к каноническому виду;
 - c. Сигнатура и ранг квадратичной формы, закон инерции;
 - d. Положительно определённые квадратичные формы.

Литература

Глухов М.М. и др. Алгебра. Ч. 1,2. М.:2003.