

**Факультет компьютерных наук  
Кафедра информационной безопасности**

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Инструкция.**

Студент может определять свой вариант одним из следующих способов:

а) Пусть  $N$  - номер студента в списке группы, а  $K$  – номер его варианта. Если  $N$  не превосходит 30, то  $K=N$ . Если  $N$  лежит на отрезке от 31 до 60, то  $K=N-30$ . Если  $N>60$ , то  $K=N-60$ .

б) Студент выписывает первые 10 букв своих имени и фамилии, затем заменяет каждую букву на ее номер в алфавите. При этом Э заменяется на 29, Ю – на 7, а Я – на 28. Полученные числа и будут являться номерами вариантов в соответствующих главах. Например, студент ИВАНОВ ПЁТР получит последовательность из десяти чисел: 10, 3, 1, 15, 16, 3, 17, 7, 20, 18. Это значит, что в первой главе он будет выполнять 10-й вариант (задание 1.10), во второй главе – третий (задание 2.3) и т.д., в десятой главе – 18-й вариант.

Задача 1.

Заданы подмножества  $A, B$  и  $C$  множества арабских цифр. Найдите подмножества

$D = A \cup (B \cap C), E = (C \setminus B) \cap A$ . Является ли одно из множеств  $D, E$  подмножеством другого? Верно ли, что  $A, B$  и  $C$  покрывают все множество арабских цифр?

- 1.1.  $A=\{1; 2; 3\}, B=\{1; 5; 6; 7\}, C=\{0; 4; 8; 9\}$ .
- 1.2.  $A=\{0; 2; 7\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{0; 2; 3; 8\}$ .
- 1.3.  $A=\{1; 2; 7\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{0; 2; 3; 7\}$ .
- 1.4.  $A=\{1; 5; 8\}, B=\{1; 3; 5; 9\}, C=\{0; 2; 3; 7\}$ .
- 1.5.  $A=\{1; 5; 8\}, B=\{1; 3; 6; 7\}, C=\{0; 3; 4; 8\}$ .
- 1.6.  $A=\{1; 2; 3; 5\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{1; 2; 5; 8\}$ .
- 1.7.  $A=\{1; 2; 3; 5\}, B=\{1; 3; 5\}, C=\{1; 2; 5; 8\}$ .
- 1.8.  $A=\{1; 2; 3; 5\}, B=\{1; 3; 7\}, C=\{1; 2; 5; 9\}$ .
- 1.9.  $A=\{1; 2; 3; 5\}, B=\{3; 5; 7\}, C=\{1; 2; 5; 6\}$ .
- 1.10.  $A=\{1; 2; 3; 5\}, B=\{1; 5; 8\}, C=\{1; 3; 5; 8\}$ .
- 1.11.  $A=\{1; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{5; 8\}$ .
- 1.12.  $A=\{1; 2; 3; 5; 8\}, B=\{1; 3; 5; 8\}, C=\{5; 8\}$ .
- 1.13.  $A=\{1; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{5; 9\}$ .
- 1.14.  $A=\{1; 2; 3; 7; 9\}, B=\{1; 3; 5; 7\}, C=\{8; 9\}$ .
- 1.15.  $A=\{0; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 2; 6; 7\}, C=\{7; 9\}$ .
- 1.16.  $A=\{0; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 2; 7\}, C=\{2; 3; 6; 7; 9\}$ .
- 1.17.  $A=\{0; 2; 4; 5; 9\}, B=\{1; 2; 6\}, C=\{2; 3; 4; 7; 8\}$ .
- 1.18.  $A=\{0; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 2; 7\}, C=\{0; 3; 5; 6; 9\}$ .
- 1.19.  $A=\{0; 2; 3; 5; 9\}, B=\{1; 2; 8\}, C=\{0; 3; 5; 6; 8\}$ .
- 1.20.  $A=\{0; 2; 3; 4; 6\}, B=\{1; 2; 7\}, C=\{0; 4; 5; 6; 7\}$ .
- 1.21.  $A=\{0; 2\}, B=\{1; 2; 7\}, C=\{0; 3; 5\}$ .
- 1.22.  $A=\{0; 2\}, B=\{1; 2; 5\}, C=\{0; 4; 5\}$ .
- 1.23.  $A=\{1; 2\}, B=\{1; 2; 3\}, C=\{0; 3; 5\}$ .
- 1.24.  $A=\{1; 2\}, B=\{0; 2; 4\}, C=\{0; 3; 4\}$ .

- 1.25.  $A=\{0; 3\}$ ,  $B=\{1; 2; 3\}$ ,  $C=\{0; 3; 5\}$ .  
 1.26.  $A=\{0; 2; 3; 5; 9\}$ ,  $B=\{1; 2; 7; 8; 9\}$ ,  $C=\{0; 3; 5; 6; 9\}$ .  
 1.27.  $A=\{1; 2; 4; 5; 7\}$ ,  $B=\{1; 2; 7; 8; 9\}$ ,  $C=\{0; 3; 5; 6; 9\}$ .  
 1.28.  $A=\{1; 2; 4; 5; 7\}$ ,  $B=\{1; 3; 6; 8; 9\}$ ,  $C=\{0; 3; 5; 6; 8\}$ .  
 1.29.  $A=\{1; 3; 4; 5; 7\}$ ,  $B=\{1; 3; 6; 8\}$ ,  $C=\{2; 3; 5; 6; 7\}$ .  
 1.30.  $A=\{0; 3; 4; 6; 7\}$ ,  $B=\{1; 3; 6; 7; 9\}$ ,  $C=\{0; 2; 5; 6; 8\}$ .

### Задача 2.

В задачах 2.1-2.15 на конечном множестве с помощью перечисления задано отношение. Постройте матрицу отношения. Выясните, обладает ли данное отношение свойствами рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности. Установите, является ли данное отношение отношением порядка или эквивалентности.

- 2.1.  $R=\{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (2;2); (2;3); (2;4); (3;3); (3;4); (4;4)\}$ .  
 2.2.  $R=\{(1;1); (2;1); (2;3); (2;4); (3;2); (3;3); (3;4); (4;3); (4;4)\}$ .  
 2.3.  $R=\{(1;2); (1;3); (1;4); (2;3); (2;4); (3;4)\}$ .  
 2.4.  $R=\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (2;2); (4;2); (1;4); (4;1); (4;4)\}$ .  
 2.5.  $R=\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (4;2); (1;4); (4;1)\}$ .  
 2.6.  $R=\{(2;1); (1;2); (2;3); (3;2); (1;3); (3;1)\}$ .  
 2.7.  $R=\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (2;2); (4;2); (1;4); (3;3); (4;1); (4;4)\}$ .  
 2.8.  $R=\{(1;1); (1;2); (2;4); (2;2); (1;4); (3;3); (4;4)\}$ .  
 2.9.  $R=\{(1;1); (2;1); (2;2); (4;2); (4;1); (4;4)\}$ .  
 2.10.  $R=\{(1;3); (1;4); (2;2); (2;3); (2;4); (4;2); (3;4); (4;4)\}$ .  
 2.11.  $R=\{(2;1); (2;2); (2;4); (3;4); (4;1); (4;2); (4;3); (4;4)\}$ .  
 2.12.  $R=\{(1;2); (2;3); (3;4); (4;1)\}$ .  
 2.13.  $R=\{(1;3); (2;1); (2;2); (2;4); (3;2); (3;4); (4;4)\}$ .  
 2.14.  $R=\{(1;3); (2;4); (3;1); (3;4); (4;2); (4;3)\}$ .  
 2.15.  $R=\{(1;1); (2;1); (2;2); (3;1); (3;2); (3;3); (4;1); (4;2); (4;3)\}$ .

В задачах 2.15-2.30 на множестве действительных чисел аналитически задано отношение. Выясните, обладает ли данное отношение свойствами рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности. Установите, является ли данное отношение отношением порядка или эквивалентности.

- 2.16.  $R=\{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.17.  $R=\{(x,y) \mid xy > 1\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.18.  $R=\{(x,y) \mid |x|=y\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.19.  $R=\{(x,y) \mid x^2 + x = y^2 + y\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.20.  $R=\{(x,y) \mid x - y - \text{целое}\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.21.  $R=\{(x,y) \mid x + y = -2\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.22.  $R=\{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $R \square \mathbf{Z}^2$ ;  
 2.23.  $R=\{(x,y) \mid y < x - 1\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.24.  $R=\{(x,y) \mid x^2 = y\}$ ,  $R \square \mathbf{R}^2$ ;  
 2.25.  $R=\{(x,y) \mid x + y \text{ кратно } 3\}$ ,  $R \square \mathbf{Z}^2$ ;  
 2.26.  $R=\{(x,y) \mid 2x = 3y\}$ ,  $R \square \mathbf{Z}^2$ ;  
 2.27.  $R=\{(x,y) \mid x + 1 = y\}$ ,  $R \square \mathbf{Z}^2$ ;  
 2.28.  $R=\{(x,y) \mid y \nmid x - 2\}$ ,  $R \square \mathbf{Z}^2$ ;  
 2.29.  $R=\{(x,y) \mid \text{НОД}(x, y) \square 1\}$ ,  $R \square \mathbf{N}^2$ ;  
 2.30.  $R=\{(x,y) \mid x \square y\}$ ,  $R \square \mathbf{N}^2$ .

### Задача 3

Докажите утверждение с помощью математической индукции для натуральных  $n$ .

- 3.1 Докажите, что  $1+x^2+x^3+x^4+\dots+x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$ , где  $x \neq 1$  при всех натуральных  $n$ .

- 3.2. Докажите, что  $9^{n+1} + 8n + 7$  делится на 16 при всех натуральных  $n$ .
- 3.3. Докажите, что  $n! > 2^n$  при всех натуральных  $n \geq 4$ .
- 3.4. Докажите, что  $1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n-1)/6$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.5. Докажите, что  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1) \cdot n = (n-1) \cdot n \cdot (n+1) / 3$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.6. Докажите, что  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$  при всех натуральных  $n$ . Здесь  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$  – произведение первых  $n$  последовательных натуральных чисел.
- 3.7. Докажите, что сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 9.
- 3.8. Докажите, что  $4^n - 3n - 1$  делится на 9 при всех натуральных  $n$ .
- 3.9. Докажите, что  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{3}{5}$  при всех натуральных  $n > 1$ .
- 3.10. Докажите, что  $2^n > 2n + 1$  при всех натуральных  $n > 2$ .
- 3.11. Докажите, что  $7^n - 1$  делится на 6 при всех натуральных  $n$ .
- 3.12. Докажите, что  $n^3 + 11n$  делится на 6 при всех натуральных  $n$ .
- 3.13. Докажите, что  $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = (n-1) \cdot n \cdot (n+1)^2$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.14. Докажите, что  $10^n - 1$  делится на 9 при всех натуральных  $n$ .
- 3.15. Докажите, что  $1/(1 \cdot 2) + 1/(2 \cdot 3) + 1/(3 \cdot 4) + \dots + 1/(n(n+1)) = n/(n+1)$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.16. Докажите, что  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n-1}{2n}$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .
- 3.17. Докажите, что  $1/2! + 2/3! + \dots + (n-1)/n! = 1 - (1/n!)$  при всех натуральных  $n$ . Здесь  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$  – произведение первых  $n$  последовательных натуральных чисел.
- 3.18. Докажите, что  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + \dots + n(3n-1) = n^2 \cdot (n+1)$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.19. Докажите, что  $n^3 + 5n$  делится на 6 при всех натуральных  $n$ .
- 3.20. Докажите, что  $4^n + 15n - 1$  делится на 9 при всех натуральных  $n$ .
- 3.21. Докажите, что  $9^{n+1} - 8n - 9$  делится на 16 при всех натуральных  $n$ .
- 3.22. Докажите, что  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  делится на 133 при всех натуральных  $n$ .
- 3.23. Докажите, что  $n(2n^2 - 3n + 1)$  делится на 6 при всех натуральных  $n$ .
- 3.24. Докажите, что  $n^5 - n$  делится на 5 при всех натуральных  $n$ .
- 3.25. Докажите, что  $1/(1 \cdot 3) + 1/(3 \cdot 5) + 1/(5 \cdot 7) + \dots + 1/((2n-1)(2n+1)) = n/(2n+1)$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.26. Докажите, что  $6^{2n-1} + 1$  делится на 7 при всех натуральных  $n$ .
- 3.27. Докажите, что  $9^{n+1} - 8n - 9$  делится на 16 при всех натуральных  $n$ .
- 3.28. Докажите, что  $1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.29. Докажите, что  $1 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$  при всех натуральных  $n$ .
- 3.30. Докажите, что  $8^n - 1$  делится на 7 при всех натуральных  $n$ .

#### Задача 4

Постройте таблицы истинности для формул булевых функций трех переменных  $h(x, y, z)$  и  $g(x, y, z)$ . Выясните, являются ли эти формулы равносильными.

4.1  $h = (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow z, g = x + y + z;$

- 4.2  $h = y(x \leftrightarrow z) + y, g = xy + yz;$   
 4.3  $h = xy \vee yz \vee xz, g = x \uparrow (xy \leftrightarrow z);$   
 4.4  $h = (x \uparrow yz) \neg x, g = x \uparrow y \neg xz;$   
 4.5  $h = x \rightarrow yz, g = (x \rightarrow z) \rightarrow y;$   
 4.6  $h = (x \vee y)(x \vee z), g = x \vee yz;$   
 4.7  $h = (\neg y | z)(\neg y | x), g = \neg y | zx;$   
 4.8  $h = x | yz, g = x | (y | z);$   
 4.9  $h = xy \rightarrow zy, g = xyz \vee (x \rightarrow z);$   
 4.10  $h = x(z \rightarrow y), g = x(x \vee y \vee \neg z);$   
 4.11  $h = xy + yz + y, g = y(x + \neg y + \neg z);$   
 4.12  $h = \neg x \neg y \neg z, g = xyz + xy + xz + yz + 1;$   
 4.13  $h = y(x \rightarrow z), g = xy \rightarrow yz;$   
 4.14  $h = xyz \vee \neg x \neg y \neg z, g = (x \rightarrow y)(y \rightarrow z)(z \rightarrow x);$   
 4.15  $h = x | z, g = (x | y)(y | z);$   
 4.16  $h = xyz \rightarrow z, g = (x \uparrow yz) \vee y;$   
 4.17  $h = \neg(\neg x \neg y \neg z), g = x \vee y \vee z;$   
 4.18  $h = (x \rightarrow yz)(yz \rightarrow x), g = x \leftrightarrow yz;$   
 4.19  $h = xy \neg z, g = (xz + x)y;$   
 4.20  $h = x | z, g = \neg x \neg y \rightarrow yz;$   
 4.21  $h = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x), g = x + y + 1;$   
 4.22  $h = x \neg y + \neg xy, g = (x + \neg y)(\neg x + y);$   
 4.23  $h = xy \neg z \vee \neg x \neg yz, g = (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow \neg z;$   
 4.24  $h = \neg xz \vee \neg yz, g = (xy + 1)z;$   
 4.25  $h = \neg(\neg x \neg y), g = xy \vee x \vee y \vee yz;$   
 4.26  $h = x + yz, g = x \uparrow xy + z;$   
 4.27  $h = z \vee xy, g = (xy \vee z) + \neg z;$   
 4.28  $h = y | z, g = x \rightarrow \neg xyz;$   
 4.29  $h = x \leftrightarrow y, g = xy \neg z \rightarrow z;$   
 4.30  $h = xyz + 1, g = (x | y) \rightarrow (y \uparrow z).$

### Задача 5

Запишите СДНФ и СКНФ булевой функции трех переменных  $f(x,y,z)$ , заданной вектором значений.

- 5.1  $f = (01100100)$   
 5.2  $f = (11010101)$   
 5.3  $f = (01101110)$   
 5.4  $f = (01110001)$   
 5.5  $f = (11111100)$   
 5.6  $f = (00011011)$   
 5.7  $f = (11011111)$   
 5.8  $f = (00100010)$   
 5.9  $f = (01001010)$   
 5.10  $f = (01010101)$   
 5.11  $f = (10101010)$   
 5.12  $f = (00100111)$   
 5.13  $f = (11100011)$   
 5.14  $f = (00000110)$   
 5.15  $f = (10101100)$   
 5.16  $f = (00010001)$   
 5.17  $f = (00100110)$   
 5.18  $f = (10010011)$   
 5.19  $f = (11001111)$   
 5.20  $f = (00110001)$   
 5.21  $f = (10000001)$   
 5.22  $f = (01111110)$   
 5.23  $f = (10001110)$   
 5.24  $f = (01110001)$   
 5.25  $f = (00001110)$   
 5.26  $f = (10010010)$   
 5.27  $f = (00110100)$   
 5.28  $f = (11000001)$

- 5.29  $f = (11111011)$   
 5.30  $f = (01000100)$

### Задача 6

Найдите МДНФ функции, заданной вектором значений, с помощью карты Карно.

- 6.1  $f = (01100100)$   
 6.2  $f = (11010101)$   
 6.3  $f = (01101110)$   
 6.4  $f = (01110001)$   
 6.5  $f = (11111100)$   
 6.6  $f = (00011011)$   
 6.7  $f = (11011111)$   
 6.8  $f = (00100010)$   
 6.9  $f = (01001010)$   
 6.10  $f = (01010101)$   
 6.11  $f = (10101010)$   
 6.12  $f = (00100111)$   
 6.13  $f = (11100011)$   
 6.14  $f = (00000110)$   
 6.15  $f = (10101100)$   
 6.16  $f = (00010001)$   
 6.17  $f = (00100110)$   
 6.18  $f = (10010011)$   
 6.19  $f = (11001111)$   
 6.20  $f = (00110001)$   
 6.21  $f = (10000001)$   
 6.22  $f = (01111110)$   
 6.23  $f = (10001110)$   
 6.24  $f = (01110001)$   
 6.25  $f = (00001110)$   
 6.26  $f = (10010010)$   
 6.27  $f = (00110100)$   
 6.28  $f = (11000001)$   
 6.29  $f = (11111011)$   
 6.30  $f = (01000100)$

### Задача 7

Выясните, является ли класс булевых функций  $A = \{f(x,y,z), g(x,y,z)\}$  полным по теореме Поста. Функция  $f(x,y,z)$  задана вектором значений, функция  $g(x,y,z)$  задана формулой.

- 7.1  $f = (01100100)$ ,  $g = x + y + z$ ;  
 7.2  $f = (11010101)$ ,  $g = xy + yz$ ;  
 7.3  $f = (01101110)$ ,  $g = x \uparrow (xy \leftrightarrow z)$ ;  
 7.4  $f = (01110001)$ ,  $g = x \uparrow y \neg xz$ ;  
 7.5  $f = (11111100)$ ,  $g = (x \rightarrow z) \rightarrow y$ ;  
 7.6  $f = (00011011)$ ,  $g = x \vee yz$ ;  
 7.7  $f = (11011111)$ ,  $g = \neg y \mid zx$ ;  
 7.8  $f = (00100010)$ ,  $g = x \mid (y \mid z)$ ;  
 7.9  $f = (01001010)$ ,  $g = xyz \vee (x \rightarrow z)$ ;  
 7.10  $f = (01010101)$ ,  $g = x (x \vee y \vee \neg z)$ ;  
 7.11  $f = (10101010)$ ,  $g = y (x + \neg y + \neg z)$ ;  
 7.12  $f = (00100111)$ ,  $g = xyz + xy + xz + yz + 1$ ;  
 7.13  $f = (11100011)$ ,  $g = xy \rightarrow yz$ ;  
 7.14  $f = (00000110)$ ,  $g = (x \rightarrow y) (y \rightarrow z) (z \rightarrow x)$ ;  
 7.15  $f = (10101100)$ ,  $g = (x \mid y) (y \mid z)$ ;  
 7.16  $f = (00010001)$ ,  $g = (x \uparrow yz) \vee y$ ;  
 7.17  $f = (00100110)$ ,  $g = x \vee y \vee z$ ;  
 7.18  $f = (10010011)$ ,  $g = x \leftrightarrow yz$ ;

- 7.19  $f = (11001111), g = (xz + x) y$ ;  
 7.20  $f = (00110001), g = \neg x \neg y \rightarrow yz$ ;  
 7.21  $f = (10000001), g = x + y + 1$ ;  
 7.22  $f = (01111110), g = (x + \neg y)(\neg x + y)$ ;  
 7.23  $f = (10001110), g = (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow \neg z$ ;  
 7.24  $f = (01110001), g = (xy + 1) z$ ;  
 7.25  $f = (00001110), g = xy \vee x \vee y \vee yz$ ;  
 7.26  $f = (10010010), g = x \uparrow xy + z$ ;  
 7.27  $f = (00110100), g = (xy \vee z) + \neg z$ ;  
 7.28  $f = (11000001), g = x \rightarrow \neg xyz$ ;  
 7.29  $f = (11111011), g = xy \neg z \rightarrow z$ ;  
 7.30  $f = (01000100), g = (x | y) \rightarrow (y \uparrow z)$ .

### Задача 8

- 8.1. В скачках участвуют 12 лошадей. Букмейкер принимает ставки на призовые тройки лошадей. Сколько вариантов ему придется рассмотреть?
- 8.2. В скачках участвуют 11 лошадей. Букмейкер принимает ставки на призовые тройки лошадей. Сколько вариантов ему придется рассмотреть, если для получения выигрыша достаточно указать лошадей, пришедших первыми, в произвольном порядке?
- 8.3. Электронное табло состоит из 1000 лампочек. Сколько различных рисунков можно изобразить на этом табло?
- 8.4. В ряд выложены 9 белых шаров. Сколько существует способов покрасить 5 из них в черный цвет?
- 8.5. В ряд выложены 8 белых шаров. Сколько существует способов покрасить 4 из них в различные цвета?
- 8.6. В ряд стоят 8 солдат. Сколькими способами можно отправить их в наряд, если каждого солдата можно отправить на кухню, в уборную, на пост, или никуда не отправлять?
- 8.7. Найдите количество способов составить поезд из 8 пронумерованных пассажирских вагонов, используя все вагоны.
- 8.8. Найдите количество способов составить поезд из 8 пронумерованных (числами от 1 до 8) пассажирских вагонов, используя все вагоны, чтобы первые три вагона имели номера 1,2,3 соответственно.
- 8.9. Найдите количество способов составить поезд из 8 пронумерованных пассажирских вагонов, чтобы нумерация вагонов шла в порядке возрастания. Часть вагонов можно не использовать.
- 8.10. Найдите количество способов разложить 11 апельсинов в подарки 5 детям. Апельсины одинаковые, дети – разные!
- 8.11. В лифт 9-этажного дома на 1 этаже вошло 6 человек. Найдите количество способов им выйти из лифта, если никто не вышел ниже третьего этажа?
- 8.12. В лифт 10-этажного дома на 1 этаже вошло 5 человек. Найдите количество способов им выйти из лифта, если никто не вышел ниже третьего этажа, и все вышли на разных?
- 8.13. Хулиган Вася зашел в подъезд 12-этажного дома с 7 петардами и взорвал каждую из них на площадке какого-нибудь этажа около лифта. Сколькими способами Вася мог это сделать, если ни на одном этаже не было взорвано более одной петарды? Все петарды одинаковые.
- 8.14. Хулиган Вася зашел в подъезд 10-этажного дома с 8 петардами и взорвал каждую из них на площадке какого-нибудь этажа около лифта. Сколькими способами Вася мог это сделать? Все петарды одинаковые.
- 8.15. У ребенка есть 7 карточек с различными буквами. Сколько слов (даже бессмысленных) он сможет составить?
- 8.16. У ребенка есть 5 карточек с различными буквами и две карточки – с одной и той же буквой «А». Сколько слов (даже бессмысленных) он сможет составить?
- 8.17. У ребенка есть 7 карточек: 4 с буквами «А» и 3 с буквами «М». Сколько слов (даже бессмысленных) он сможет составить?
- 8.18. Сколько существует в Омске шестизначных телефонных номеров, все цифры в которых нечетны?
- 8.19. Инспектор ГИБДД решил, что будет останавливать машину, если он ранее не останавливал автомобиль с теми же тремя цифрами в номере (неважно, в каком порядке). Сколько всего машин ему придется остановить?
- 8.20. Инспектор ГИБДД решил, что будет останавливать машину, все цифры в номере которой различны, если он ранее не останавливал автомобиль с теми же тремя цифрами в номере (неважно, в каком порядке). Сколько всего машин ему придется остановить?
- 8.21. Найдите количество различных наборов из 6 карт в руке карточного игрока «в дурака». В колоде 36 карт.
- 8.22. На пути автомобиля – 10 светофоров. Автомобиль либо останавливается на красный свет, либо

- проезжает светофор на зеленый цвет без остановки. Каково число способов проехать этот путь?
- 8.23. Сколькими способами победитель "Поля чудес" может выбрать четыре приза из 20 имеющихся?
- 8.24. У человека по 32 гнезда для зубов. Сколько разных наборов зубов может быть у человека (зуб или есть, или нет)?
- 8.25. Сколькими способами можно из 30 участников собрания выбрать председателя, заместителя председателя и секретаря?
- 8.26. В русском языке 33 буквы. Сколько трехбуквенных слов (не обязательно осмысленных) можно составить?
- 8.27. Сколько сторон и диагоналей у 100-угольника?
- 8.28. Есть 8 разных конфет. Сколькими способами можно раздать их по одной 8 студенткам?
- 8.29. В марсианском домино на костяшках стоят числа от 1 до 13. Сколько в марсианском домино костяшек?
- 8.30. Инспектор ГИБДД решил, что будет останавливать машину, в номере которой все цифры четны и различны, если он ранее не останавливал автомобиль с тем же трехзначным числом в номере. Сколько всего машин ему придется остановить?

### Задача 9

Даны степени всех вершин в графе. Посчитайте количество ребер в этом графе либо установите, что графа не существует.

- 9.1. 5 вершин степени 3, 2 – степени 4, 2 – степени 5.  
 9.2. 6 вершин степени 3, 2 – степени 4, 2 – степени 5.  
 9.3. 5 вершин степени 4, 3 – степени 6, 2 – степени 5.  
 9.4. 7 вершин степени 2, 6 – степени 3, 2 – степени 5.  
 9.5. 4 вершины степени 8, 3 – степени 6, 10 – степени 5.  
 9.6. 5 вершин степени 3, 7 – степени 4, 12 – степени 5.  
 9.7. 5 вершин степени 6, 12 – степени 4, 6 – степени 5.  
 9.8. 9 вершин степени 9, 8 – степени 8, 7 – степени 7.  
 9.9. 9 вершин степени 3, 5 – степени 3, 4 – степени 5.  
 9.10. 6 вершин степени 5, 3 – степени 4, 7 – степени 6.  
 9.11. 5 вершин степени 3, 2 – степени 4.  
 9.12. 14 вершин степени 4, 7 – степени 7.  
 9.13. 20 вершин степени 4, 2 – степени 7.  
 9.14. 6 вершин степени 3, 9 – степени 4.  
 9.15. 5 вершин степени 7, 11 – степени 4.  
 9.16. 8 вершин степени 3, 6 – степени 4.  
 9.17. 4 вершины степени 6, 8 – степени 4.  
 9.18. 15 вершин степени 3, 12 – степени 1.  
 9.19. 5 вершин степени 8, 12 – степени 4.  
 9.20. 20 вершин степени 4.  
 9.21. 10 вершин степени 3, 11 – степени 4, 12 – степени 5.  
 9.22. 10 вершин степени 3, 10 – степени 4, 8 – степени 5.  
 9.23. 3 вершин степени 3, 3 – степени 6, 3 – степени 1.  
 9.24. 4 вершин степени 6, 4 – степени 4, 4 – степени 2.  
 9.25. 5 вершин степени 3, 2 – степени 7, 4 – степени 8.  
 9.26. 8 вершин степени 6, 3 – степени 4, 3 – степени 5.  
 9.27. 7 вершин степени 3, 3 – степени 7, 8 – степени 5.  
 9.28. 9 вершин степени 4, 4 – степени 6, 7 – степени 8.  
 9.29. 12 вершин степени 5, 2 – степени 8, 11 – степени 7.  
 9.30. 11 вершин степени 10, 13 – степени 6, 2 – степени 5.

### Задача 10

Найдите минимальный остов графа  $G=(E, V)$  с весовой функцией  $\rho$  с помощью алгоритма Краскала.

- 10.1.  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ag, ah, bc, bh, cd, ch, de, df, ef, eh, fg, fh\}$ ,  $\rho(ab) = 5$ ,  $\rho(ag) = 7$ ,  
 $\rho(ah) = 2$ ,  $\rho(bc) = 3$ ,  $\rho(bh) = 3$ ,  $\rho(cd) = 1$ ,  $\rho(ch) = 9$ ,  $\rho(de) = 4$ ,  $\rho(df) = 6$ ,  $\rho(ef) = 11$ ,  $\rho(eh) = 2$ ,  
 $\rho(fg) = 5$ ,  $\rho(fh) = 8$ .





- $\rho(gh) = 3$ .
- 10.22 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cd, de, ef, eg, fg, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 1$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 1$ ,  $\rho(cd) = 6$ ,  $\rho(de) = 3$ ,  $\rho(ef) = 4$ ,  $\rho(eg) = 5$ ,  $\rho(fg) = 2$ ,  $\rho(fh) = 1$ ,  $\rho(gh) = 3$ .
- 10.23 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cd, de, ef, eg, fg, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 1$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cd) = 2$ ,  $\rho(de) = 3$ ,  $\rho(ef) = 4$ ,  $\rho(eg) = 5$ ,  $\rho(fg) = 2$ ,  $\rho(fh) = 1$ ,  $\rho(gh) = 3$ .
- 10.24 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cd, de, ef, eg, fg, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 1$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cd) = 2$ ,  $\rho(de) = 3$ ,  $\rho(ef) = 4$ ,  $\rho(eg) = 1$ ,  $\rho(fg) = 2$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 1$ .
- 10.25 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cd, de, ef, eg, fg, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 1$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cd) = 2$ ,  $\rho(de) = 1$ ,  $\rho(ef) = 2$ ,  $\rho(eg) = 1$ ,  $\rho(fg) = 5$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 1$ .
- 10.26 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cg, de, ef, eg, eh, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 1$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cg) = 2$ ,  $\rho(de) = 1$ ,  $\rho(ef) = 2$ ,  $\rho(eg) = 1$ ,  $\rho(eh) = 5$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 1$ .
- 10.27 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cg, de, ef, eg, eh, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 4$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cg) = 2$ ,  $\rho(de) = 1$ ,  $\rho(ef) = 2$ ,  $\rho(eg) = 5$ ,  $\rho(eh) = 5$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 7$ .
- 10.28 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cg, de, ef, eg, eh, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 4$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 2$ ,  $\rho(bd) = 2$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cg) = 6$ ,  $\rho(de) = 4$ ,  $\rho(ef) = 1$ ,  $\rho(eg) = 5$ ,  $\rho(eh) = 5$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 7$ .
- 10.29 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cg, de, ef, eg, eh, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 4$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 5$ ,  $\rho(bd) = 3$ ,  $\rho(bh) = 4$ ,  $\rho(cg) = 6$ ,  $\rho(de) = 4$ ,  $\rho(ef) = 1$ ,  $\rho(eg) = 5$ ,  $\rho(eh) = 5$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 1$ .
- 10.30 .  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $E=\{ab, ac, ae, bd, bh, cg, de, ef, eg, eh, fh, gh\}$ ,  $\rho(ab) = 4$ ,  $\rho(ac) = 3$ ,  $\rho(ae) = 5$ ,  $\rho(bd) = 3$ ,  $\rho(bh) = 1$ ,  $\rho(cg) = 2$ ,  $\rho(de) = 4$ ,  $\rho(ef) = 1$ ,  $\rho(eg) = 3$ ,  $\rho(eh) = 2$ ,  $\rho(fh) = 3$ ,  $\rho(gh) = 1$ .

### Вопросы к экзамену по дискретной математике

1. Операции над множествами
2. Отношения на множествах
3. Принцип математической индукции
4. Булевы функции
5. Совершенные нормальные формы
6. Минимизация булевых функций
7. Полные системы булевых функций
8. Комбинаторика
9. Элементы теории графов
10. Отыскание минимального остова

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Спб.: «Питер», 2001.
- Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: «Высшая школа», 2001