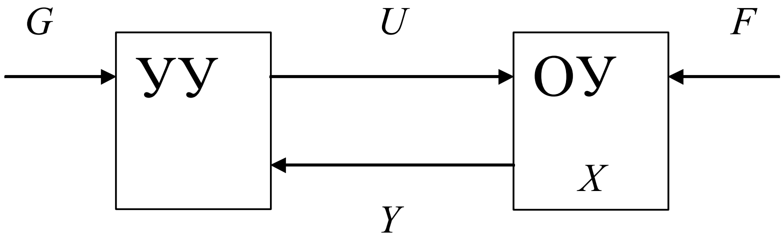
Что такое теория управления?

Управление – функция сложных систем, обеспечивающая достижение заданной цели. Цель – субъективный образ несуществующего, но желаемого состояния системы. Для достижения цели составляется план (программа). Процесс управления невозможен без передачи и обработки информации. Процессы передачи и обработки информации описываются с помощью сигналов. В нашем курсе будем изучать непрерывные сигналы как функции от времени.

В самом общем виде процесс управления можно описать следующей схемой:



$$\begin{cases} \dfrac{dX}{dt} = f_1(X,U,F) \\ Y = f_2(X) \\ \dfrac{dU}{dt} = f_3(U,Y,G) \end{cases}$$

УУ – управляющее устройство;

ОУ – объект управления;

X – состояние объекта управления;

Y – обратная связь;

G – план (программа);

U – сигнал управления;

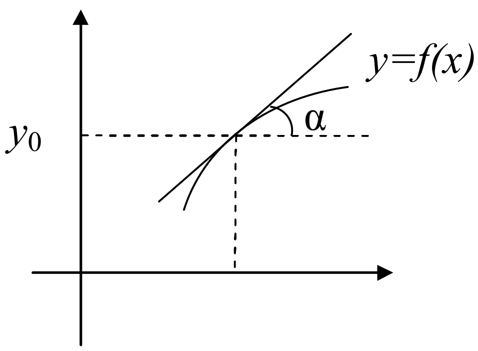
F – возмущения (небольшие изменения, которые можно измерить).

Например, при полёте ракеты она не должна сбиться с заданного курса. Заранее неизвестна сила и направление ветра (возмущения), но зная по обратной связи состояние (координаты и скорость) ракеты, можно точно рассчитать поворот руля (сигнал управления) для противодействия его влиянию и возврату на прежнюю траекторию (программа).

Непрерывные функции можно в окрестности данной точки заменить на участок касательной, получая приближённые значения по известной формуле

$$y \approx y_0 + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \cdot (x - x_0)$$

$$y = kx + b, \quad k = \operatorname{tg}\alpha$$



В дальнейшем изложении будем считать, что дифференциальные уравнения в системе на общей схеме являются линейными.

Обозначим

x(t) – входной сигнал

y(t) – выходной сигнал

Тогда они связаны уравнением

$$a_n(t)y^{(n)}(t)+\ldots+a_1(t)y'(t)+a_0(t)y(t)=b_m(t)x^{(m)}(t)+\ldots+b_1(t)x'(t)+b_0(t)x(t)$$

при начальных условиях $y(t_0)=y_0, y'(t_0)=y_1,\ldots y^{(n-1)}(t_0)=y_{n-1}$. Его решение есть сумма свободного и вынужденного движений $y(t)=y_c(t)+y_b(t)$, где $y_c(t)$ – решение однородного уравнения $a_n(t)y^{(n)}(t)+\ldots+a_1(t)y'(t)+a_0(t)y(t)=0$ с исходными начальными условиями, а $y_b(t)$ – решение исходного уравнения с нулевыми начальными условиями $y(0)=0, y'(0)=0,\ldots y^{(n-1)}(0)=0$. В стационарной системе a_i, b_j – постоянные величины (не меняются со временем), тогда эффективно применение преобразования Лапласа.

Это преобразование каждой функции от времени (называемой оригинал) сопоставляет функцию от комплексной переменной (называемой изображение) по правилу: $f(t)\leftrightarrow F(p)=\int\limits_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$.

Преобразование Лапласа линейно и позволяет избавиться от нахождения производных, потому что если $f(t)\leftrightarrow F(p)$, то

$$f'(t)\leftrightarrow pF(p)-f(0)$$
$$f''(t)\leftrightarrow p^2F(p)-pf(0)-f'(0)$$
$$\ldots$$

Соответственно, $\int\limits_0^t f(t)dt\leftrightarrow \dfrac{F(p)}{p}$.

Пусть дано уравнение $a_n y^{(n)}(t)+\ldots+a_1y'(t)+a_0y(t)=b_mx^{(m)}(t)+\ldots+b_1x'(t)+b_0x(t)$ и начальные условия $y(t_0)=y_0, y'(t_0)=y_1,\ldots y^{(n-1)}(t_0)=y_{n-1}$.

Применим преобразование Лапласа, получим $A(p)\cdot Y(p)-Q(p)=B(p)\cdot X(p)$, где $A(p)=a_np^n+\ldots+a_1p+a_0$, $B(p)=b_mp^m+\ldots+b_1p+b_0$, коэффициенты $Q(p)$ зависят от начальных условий.

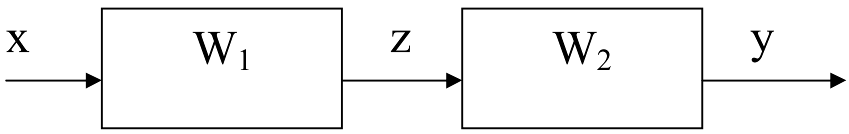
Следовательно, $Y(p)=\dfrac{B(p)}{A(p)}\cdot X(p)+\dfrac{Q(p)}{A(p)}$, зная $Y(p)$, применяют обратное преобразование Лапласа и находят $y(t)$.

В частности, при нулевых начальных условиях $y_0=y_1=\ldots=y_{n-1}=0$ будет $Q(p)=0$ и $Y(p)=W(p)X(p)$, где $W(p)=\dfrac{B(p)}{A(p)}$ называется **передаточная функция** системы.

Элементы системы управления принято называть звеньями. Каждое звено полностью задается своей передаточной функцией, зная которую, можно вычислить выходной сигнал при любом входном сигнале.

Типовые звенья имеют наиболее простые передаточные функции (степени не более 2), другие звенья могут рассматриваться как комбинации типовых звеньев.

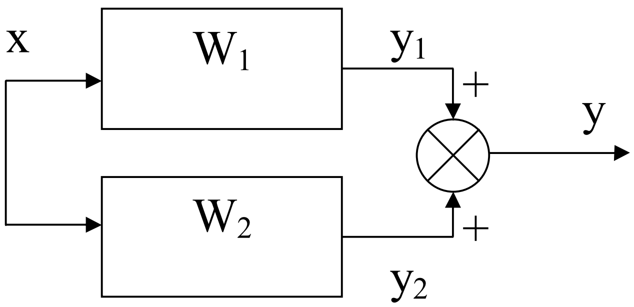
При последовательном соединении передаточные функции звеньев перемножаются.



$Z = W_1 X,\, Y = W_2 Z \Rightarrow Y = W_2 (W_1 X) = (W_2 W_1) X$

Передаточная функция последовательного соединения $W = W_1 W_2$

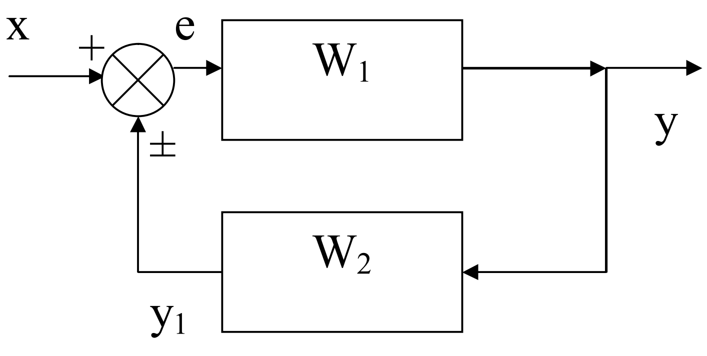
При параллельном соединении передаточные функции звеньев складываются.



$Y_1 = W_1 X,\, Y_2 = W_2 X,\, Y = Y_1 + Y_2 = W_1 X + W_2 X = (W_1 + W_2) X$

Передаточная функция параллельного соединения $W = W_1 + W_2$

Если выходной сигнал подаётся на вход, то это называется обратная связь. Она может быть положительная (когда он суммируется) или отрицательная (когда он вычитается).



$Y_1 = W_2 Y,\, Y = W_1 E,\, E = X \pm Y_1 \quad \Rightarrow E = X \pm W_2 W_1 E,\, E \mp W_2 W_1 E = X \Rightarrow E = \frac{X}{1 \mp W_2 W_1},\, Y = \frac{W_1}{1 \mp W_2 W_1} X$

Передаточная функция соединения с положительной обратной связью

$$W = \frac{W_1}{1 - W_2 W_1}$$

Передаточная функция соединения с отрицательной обратной связью

$$W = \frac{W_1}{1 + W_2 W_1}$$

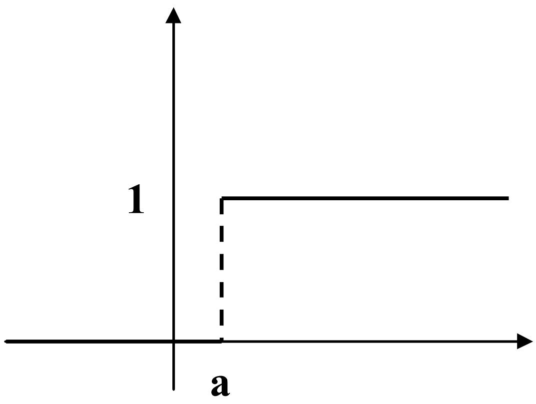
Характеристики типовых звеньев

Многообразие входных сигналов может быть сведено к следующим трем основным видам:

- мгновенный импульс
- единичная ступенчатая функция
- гармонические колебания

Остальные входные сигналы есть комбинация вышеперечисленных.

Единичная ступенька имеет график



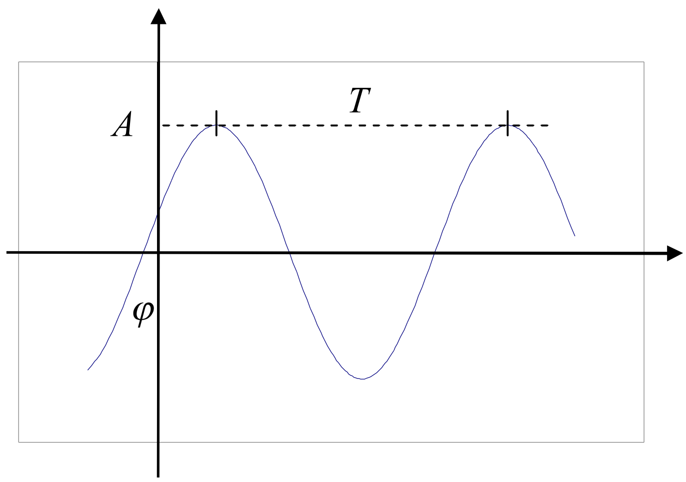
Соответствующая формула $\mathbf{1}(t-a)=\begin{cases}0, & t\le a\\ 1, & t>a\end{cases}$.

Её преобраование Лапласа есть $\mathbf{1}(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{p}$.

Если входной сигнал есть единичная ступенчатая функция $\mathbf{1}(t)$, то выходной сигнал $h(t)$ называется переходной функцией звена.

Так как $\mathbf{1}(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{p}$, то $h(t)\leftrightarrow\dfrac{W(p)}{p}$.

Гармонические колебания имеют вид



и задаются формулой $x(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$.

В обозначениях A - амплитуда, ω - частота, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T - период колебаний (расстояние между максимумами), φ - фаза (сдвиг относительно начала координат).

Гармонические колебания удобнее рассматривать на комплексной плоскости:
$x(t) = Ae^{j(\omega t+\varphi)} = A\cos(\omega t+\varphi) + jA\sin(\omega t+\varphi)$

Тогда модуль и аргумент будут равны $|x(t)| = A, \arg x(t) = \omega t + \varphi$. И взятие производных упрощается: $\frac{dx}{dt} = j\omega x(t)$.

Если входной сигнал представляет собой гармонические колебания, то выходной сигнал в установившемся режиме тоже будет гармоническим. Частота входного и выходного сигнала одинакова, но амплитуды и фазы входного и выходного сигнала различны. Отношение амплитуд и разность фаз зависят от частоты входного сигнала.

Подставим $x(t) = A_x e^{j(\omega t+\varphi_x)}$ и $y(t) = A_y e^{j(\omega t+\varphi_y)}$ в уравнение

$$a_n y^{(n)}(t) + \ldots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + \ldots + b_1 x'(t) + b_0 x(t),$$

тогда $\left(a_n(j\omega)^n + \ldots + a_1 j\omega + a_0\right)\cdot y(t) = \left(b_m(j\omega)^m + \ldots + b_1 j\omega + b_0\right)\cdot x(t)$, значит $y(t) = W(j\omega)\cdot x(t)$.

Если $W(p)$ является передаточной функцией звена, то $W(j\omega) = P(\omega) + j\cdot Q(\omega)$ называется <u>комплексная частотная характеристика</u> (КЧХ). Её модуль и аргумент:

$|W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = A(\omega)$ – <u>амплитудно-частотная характеристика</u> (АЧХ),

$\arg W(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \varphi(\omega)$ – <u>фазочастотная характеристика</u> (ФЧХ).

Если $x(t) = A_x \sin(\omega t + \varphi_x)$ входной сигнал, $y(t) = A_y \sin(\omega t + \varphi_y)$ выходной сигнал, то $A(\omega) = \frac{A_y}{A_x}$, $\varphi(\omega) = \varphi_y - \varphi_x$. Таким образом, частотные характеристики полностью определяют зависимость отношения амплитуд и разности фаз от частоты входного сигнала.

Для построения графиков АЧХ и ФЧХ используется логарифмическая шкала для ω.

Величина $L(\omega) = 20\lg A(\omega)$ называется <u>логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ).</u> Обратная зависимость $A(\omega) = 10^{0,05L(\omega)}$.

Декада – интервал, значения на концах которого отличаются в 10 раз, например, (1; 10), (100;1000). Тогда десятичные логарифмы значений отличаются на 1. Декада делится на 20 децибел, 1 децибел соответствует изменению амплитуды примерно на 12%. 6 дБ эквивалентно увеличению амплитуды в 2 раза.

Интегрирующее звено имеет передаточную функцию $W(p) = \frac{K}{p}$, где К - коэффициент усиления. Его основные характеристики:

Переходная функция $h(t) = Kt\cdot\mathbf{1}(t)$

КЧХ $W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -\frac{Kj}{\omega}$

ЛАЧХ $L(\omega) = 20\lg|K| - 20\lg\omega$

ФЧХ $\varphi(\omega) = -90°, \qquad K > 0$

Идеальный усилитель:

Передаточная функция $W(p) = K$

Переходная функция $h(t) = K \cdot \mathbf{1}(t)$

КЧХ $W(j\omega) = K$

ЛАЧХ $L(\omega) = 20\lg|K|$

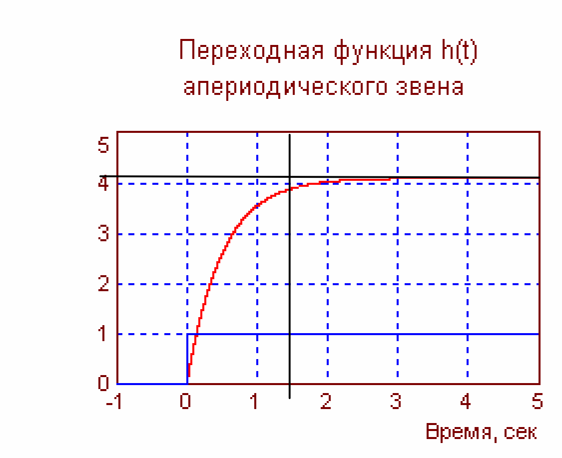
ФЧХ $\varphi(\omega) = 0, \qquad K > 0$

Апериодическое (инерционное) звено

Передаточная функция $W(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$, где T - постоянная времени.

Переходная функция $h(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

При $t = 3T$ имеем $e^{-3} \approx 0{,}05$, поэтому утроенная постоянная времени равна времени достижения сигналом 95% уровня. График выглядит примерно так:



Горизонтальная линия соответствует коэффициенту К, вертикальная - значению 3Т.

КЧХ $W(j\omega) = \dfrac{K}{Tj\omega + 1} = \dfrac{K}{T^2\omega^2 + 1} - j \cdot \dfrac{KT\omega}{T^2\omega^2 + 1}$

ЛАЧХ $L(\omega) = 20\lg K - 20\lg\sqrt{T^2\omega^2 + 1}$

ФЧХ $\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}(T\omega)$

Колебательное звено

Передаточная функция $W(p) = \dfrac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$, где T - постоянная времени, ξ - коэффициент затухания.

Переходная функция

$$h(t) = K\left(1 - e^{\frac{-\xi t}{T}} \cdot \left(\cos\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right)\right)$$

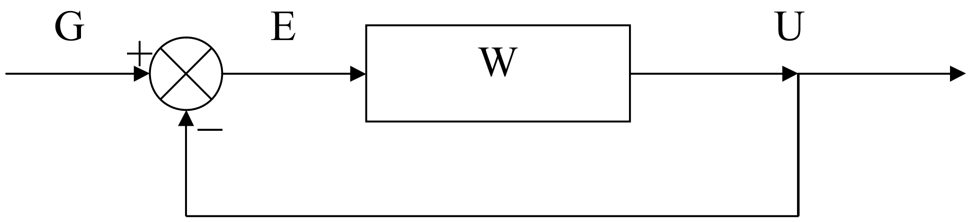
Частота колебаний $\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$, период $\Pi = \dfrac{2\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}$, время затухания $\dfrac{3T}{\xi}$.

ЛАЧХ $L(\omega) = 20\lg K - 10\lg\left(T^4\omega^4 + (4\xi^2 - 2)T^2\omega^2 + 1\right)$

ФЧХ $\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\dfrac{2T\xi\omega}{1 - T^2\omega^2}$

Если $\xi < 0{,}707$, то на графике ЛАЧХ появляется максимум при $\omega_m = \dfrac{\sqrt{1-2\xi^2}}{T}$, высотой $H_m = 20\lg\dfrac{1}{2\xi \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$, который называется резонансный пик.

Замкнутые системы



Пусть дана передаточная функция разомкнутой системы

$$\frac{U}{E} = W(p) = \frac{KN(p)}{L(p)}$$

Замкнутая система получается добавлением единичной отрицательной обратной связи, охватывающей всю систему и поэтому называемой главной обратной связью. Тогда

1. Главная передаточная функция:

$\Phi(p) = \dfrac{U}{G} = \dfrac{W(p)(G-U)}{G} = W(p) - W(p)\Phi(p)$, то есть

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{KN(p)}{L(p) + KN(p)}.$$

2. Передаточная функция для ошибки:

$\Phi_E(p) = \dfrac{E}{G} = \dfrac{G-U}{G} = 1 - \Phi(p)$, то есть

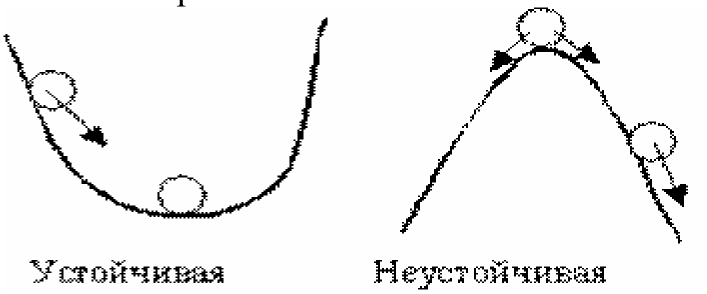
$$\Phi_E(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{L(p)}{L(p) + KN(p)}$$

Итак, для замкнутой системы в целом $U = \Phi(p)G$; $E = \Phi_E(p)G$.

Примечание. У обеих функций знаменатель одинаковый $L(p) + KN(p)$. Это важно для исследования устойчивости.

Понятие устойчивости

Устойчивость означает, что реакция системы на любое ограниченное воздействие также является ограниченной.



На левом рисунке небольшое отклонение шарика приводит к небольшим затухающим колебаниям. На правом рисунке небольшое отклонение шарика приводит к неограниченному движению.

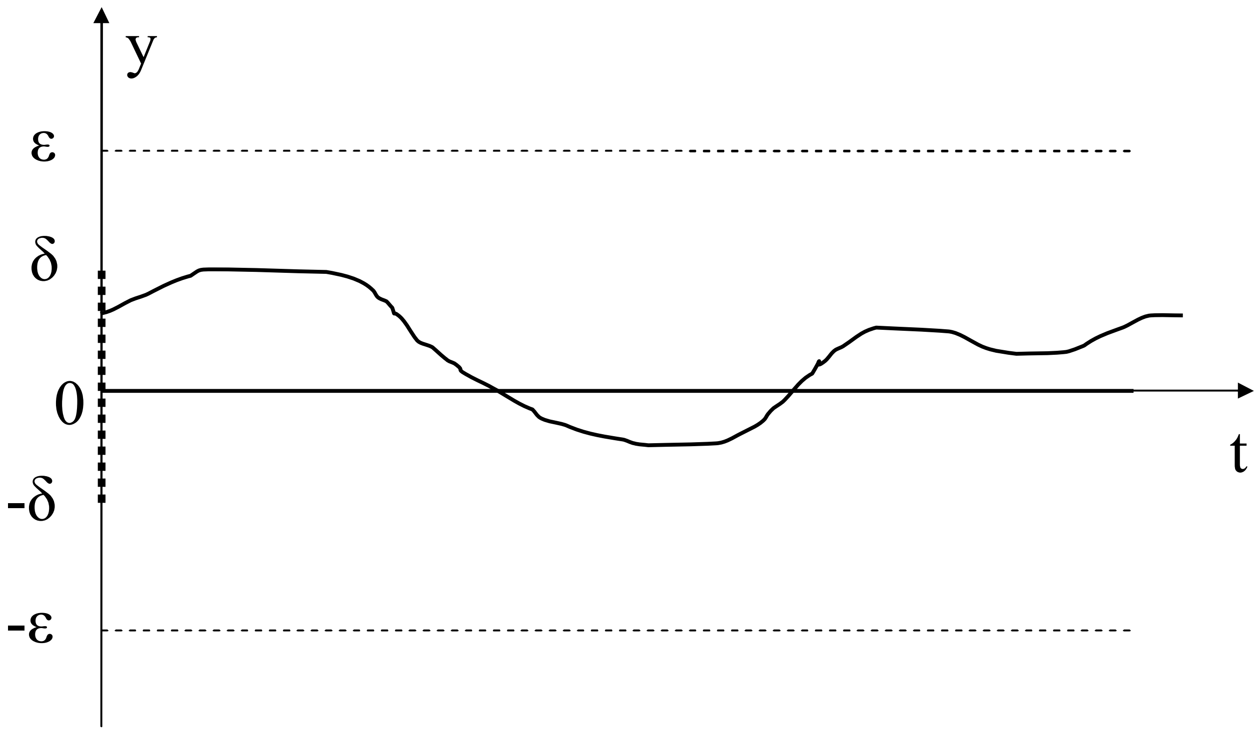
Для линейных непрерывных систем устойчивость формулируется так:

При любых ограниченных изменениях начальных условий свободное движение изменяется ограниченно. Точнее:

Пусть $y_c(t)$ – решение уравнения $a_n(t)y^{(n)}(t)+\ldots+a_1(t)y'(t)+a_0(t)y(t)=0$ с начальными условиями $y(t_0)=y_0,\, y'(t_0)=y_1,\ldots y^{(n-1)}(t_0)=y_{n-1}$.

Система устойчива, если $\forall\varepsilon>0 \quad \exists\delta>0: \quad \left|\Delta y^{(i)}(0)\right|<\delta \Rightarrow \forall t>0 \left|\Delta y_c(t)\right|<\varepsilon$

Система асимптотически устойчива, если $\exists\delta>0: \quad \left|\Delta y^{(i)}(0)\right|<\delta \Rightarrow \lim\limits_{t\to\infty}\left|\Delta y_c(t)\right|=0$



При изменении начальных условий не более чем на δ, график не выходит за пределы пунктирных линий.

Решение линейного уравнения $a_n y^{(n)}(t) + \ldots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = 0$ имеет вид $y_c(t) = \sum_i C_i e^{s_i t}$, где s_i – корни характеристического уравнения

$$A(s) = a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0 = 0.$$

Если все корни «левые», т.е. $\mathrm{Re}\, s_i < 0$, то решение будет экспонентой с отрицательным показателем степени и при $t \to \infty$ стремится к 0. Это означает асимптотическую устойчивость, следовательно, оно устойчиво.

Если для хотя бы одного s_i верно, что $\mathrm{Re}\, s_i \ge 0$, то решение неустойчиво, так как оно неограниченно возрастает.

Многочлен $A(s) = a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0$ – не что иное, как знаменатель передаточной функции, его корни являются полюсами передаточной функции.

Главное условие устойчивости линейных стационарных систем

Система управления устойчива тогда и только тогда, когда
Все полюсы (корни знаменателя) передаточной функции лежат в левой комплексной полуплоскости.

В теории управления рассматриваются различные критерии устойчивости, позволяющие проверять это условие, не вычисляя самих корней. Это обязательно, если степень многочлена больше 3.

Необходимое условие

Если все корни многочлена $A(s) = a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0$ лежат в левой комплексной полуплоскости, то все его коэффициенты положительны: $\forall i \; a_i > 0$.

Значит, если хотя бы один коэффициент отрицательный, то есть «правые» корни. Однако этого условия недостаточно.

Пример. $A(s) = s^3 + 2s^2 + 9s + 68 = (s+4)(s^2 - 2s + 17)$ имеет корни $s_{2,3} = +1 \pm 4j$.

Критерий Рауса-Гурвица

Составим из коэффициентов знаменателя передаточной функции $A(s) = a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0$ матрицу Гурвица $G = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_2 & a_0 \end{pmatrix}$

Вычислим ее миноры $M_1 = a_{n-1}$, $M_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}$, $M_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$, $\ldots M_n = |G|$.

Для устойчивости необходимо и достаточно, чтобы все $M_i > 0$.

Обратите внимание, при движении вниз номера коэффициентов увеличиваются на 1, при движении вправо – уменьшаются на 2. Напомню, что минор – это определитель фрагмента матрицы.

В частном случае, когда $n = 3$, получаем

$$M_1 = a_2 > 0,\; M_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0,\; M_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_0 M_2 > 0.$$

$$\Rightarrow \quad a_0 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Пример. $A(s) = s^3 + 2s^2 + 9s + 68$. $M_2 = \begin{vmatrix} 2 & 68 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 68 < 0$, система неустойчива.

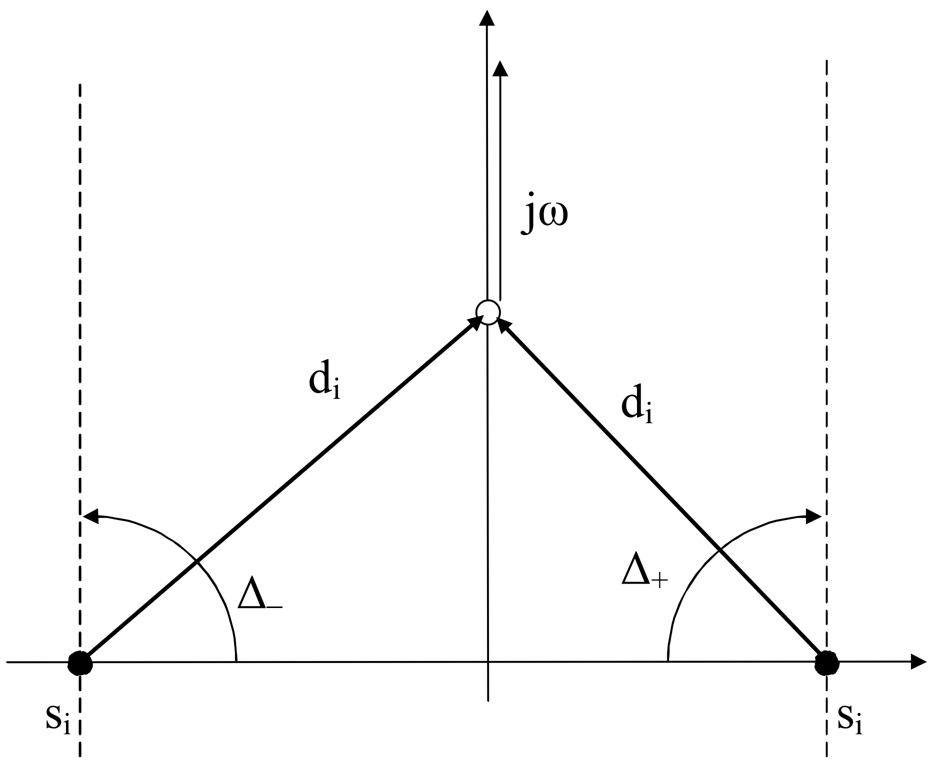
Частотные критерии основаны на изучении изменения КЧХ.

Линия на комплексной плоскости, образуемая точками $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞, называется годограф.

Если рассматривать только знаменатель: $A(j\omega) = a_n \cdot \left(\prod_{i=1}^{n} (j\omega - s_i) \right)$, то аргумент произведения равен сумме аргументов сомножителей $d_i = j\omega - s_i$, где s_i – корни $A(s)$.

Если s_i – действительный левый корень, то при изменении ω от 0 до ∞ приращение аргумента d_i равно $\Delta_{-} = \frac{\pi}{2}$, или 1 квадрант.

Если s_i – действительный правый корень, то при изменении ω от 0 до ∞ приращение аргумента d_i равно $\Delta_{+} = -\frac{\pi}{2}$, или -1 квадрант.



Для пары комплексно-спряженных корней s_i и $\bar{s}_i$ суммарное приращение

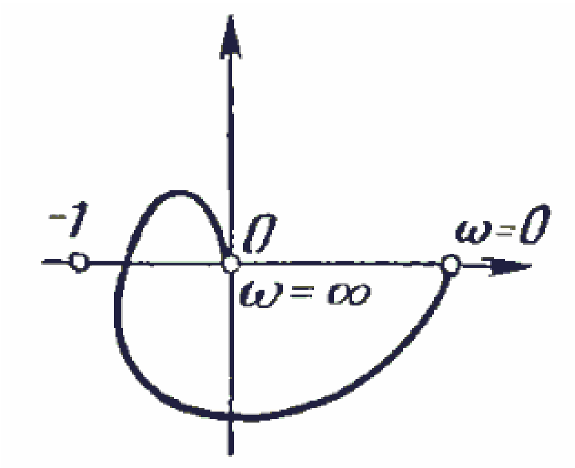
$\Delta_1 + \Delta_2 = \pm\pi = 2\Delta_{\mp}$ в зависимости от знака $\operatorname{Re} s_i$. То есть на каждый корень опять один квадрант.

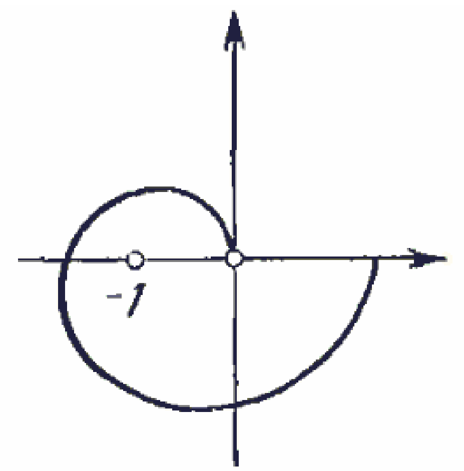
Критерий Найквиста используется для определения устойчивости замкнутой системы по передаточной функции разомкнутой системы.

Пусть передаточная функция разомкнутой системы $W(p) = \dfrac{KN(p)}{L(p)}$ имеет n_+ правых полюсов (корней знаменателя).
При замыкании системы единичной отрицательной обратной связью главная передаточная функция будет $\Phi(p) = \dfrac{W(p)}{1+W(p)} = \dfrac{KN(p)}{L(p)+KN(p)}$.

Функция Найквиста $N(p) = 1 + W(p) = \dfrac{L(p)+KN(p)}{L(p)}$ равна отношению знаменателей замкнутой и разомкнутой систем. Вектор Найквиста $N(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ соединяет точку -1 с годографом разомкнутой системы. При изменении ω от 0 до ∞ вектор Найквиста имеет приращение аргумента равное **разности** приращений аргументов годографов замкнутой и разомкнутой систем. Если замкнутая система устойчива, то у ее передаточной функции нет правых полюсов и эта разность равна $2n_+$ квадрантов. ($\Delta_- - \Delta_+ = \pi$)

Критерий Найквиста: Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы при изменении ω от 0 до ∞ приращение аргумента вектора Найквиста составляло $2n_+$ квадрантов, где n_+ – число правых полюсов разомкнутой системы.
В частности, если разомкнутая система устойчива, $n_+ = 0$ и ее годограф не должен охватывать точку -1.





На левом рисунке устойчивая система, на правом неустойчивая.

Точка -1 имеет аргумент $\varphi(\omega) = -180°$ и модуль $A(\omega) = 1$, т.е. $L(\omega) = 0$. Пересечение годографом действитель-ной оси левее точки -1 соответствует пересечению графиком ФЧХ линии $\varphi = -180°$ при $L(\omega) > 0$. Пересечение годографом единичной окружности соответствует пересечению графиком ЛАЧХ оси абсцисс. Эта частота называется частотой среза ω_{cp}.

Логарифмический частотный критерий

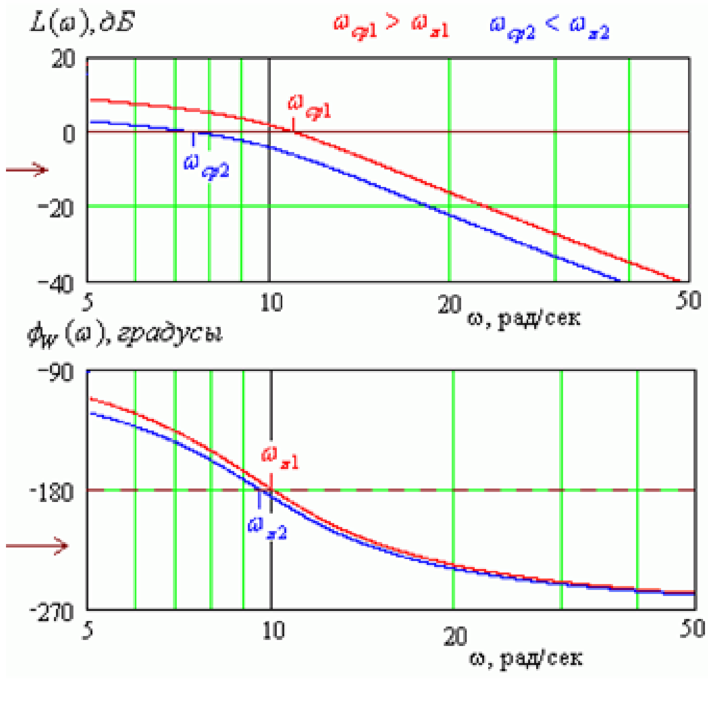
Логарифмические частотные характеристики определяются для разомкнутой системы.

Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы при изменении ω от 0 до ω_{cp} число пересечений ФЧХ линий $\varphi(\omega) = -180° \pm 2\pi$ составляло в сумме $\frac{n_+}{2}$, где n_+ – число правых полюсов разомкнутой системы.

В частности, если разомкнутая система устойчива, $n_+ = 0$ и при изменении ω от 0 до ω_{cp} число пересечений ФЧХ линий $\varphi(\omega) = -180° \pm 2\pi$ снизу вверх и сверху вниз должно быть одинаково.

Например, вообще равно нулю, т.е. никаких пересечений. Это иллюстрируется рисунком на предыдущей странице, только мысленно дорисуйте единичную окружность.

Итак, если разомкнутая система устойчива, то замкнутая система устойчива тогда и только тогда, когда частота среза ω_{cp} ЛАЧХ разомкнутого контура меньше частоты ω_π (читается омега-пи) ЛФЧХ.



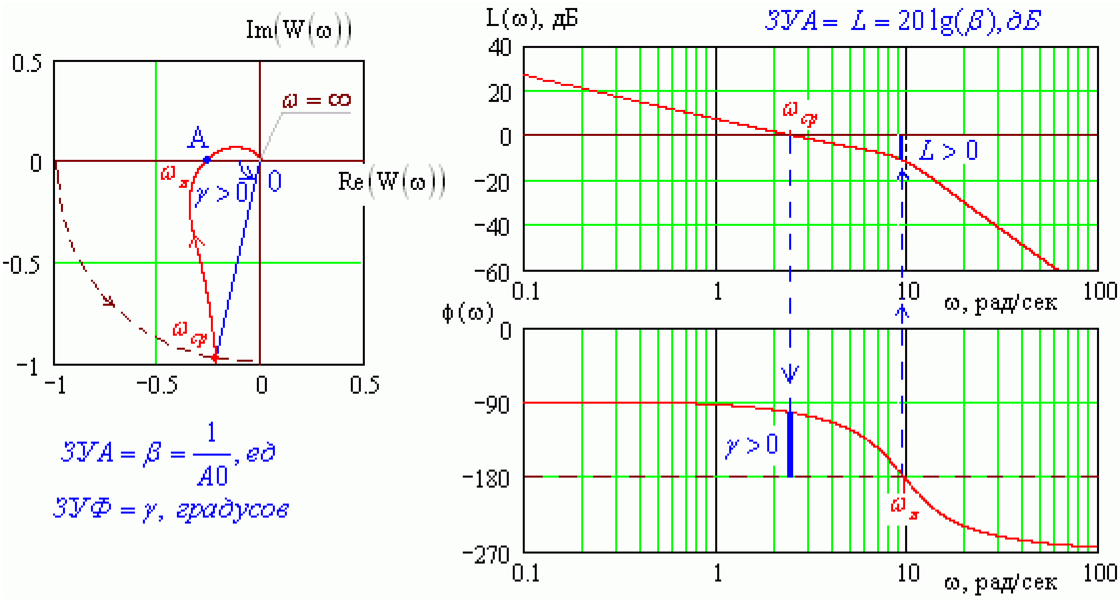
Частота среза ω_{cp1} (1 – красные линии) больше частоты $\omega_{\pi1}$. Эта система не устойчива. Частота среза ω_{cp2} (2 – синие линии) меньше частоты $\omega_{\pi2}$. Эта система устойчива.

Запас устойчивости

Запас устойчивости по амплитуде L определяет, на сколько децибел можно (путём увеличения коэффициента усиления К) поднять график ЛАЧХ вверх, чтобы замкнутая система оставалась устойчивой.

Запас устойчивости по фазе γ определяет, на сколько градусов можно опустить график ФЧХ вниз, чтобы замкнутая система оставалась устойчивой.

Граница устойчивости соответствует ситуации, когда частота среза $\omega_{ср}$ равна частоте ω_{π}.



Слева годограф Найквиста, справа частотные характеристики разомкнутой системы

Рекомендуемые в реальных системах управления значения запаса устойчивости 6-20 дБ по амплитуде, 30-60 градусов по фазе.

Остальное написано в пособии, в разделах «краткие сведения».